1 Allgemeines

Prüfer: Prof. Dr. Jens Frehse
Prüfungsthema: Diplomvorprüfung Analysis I bis IV
Prüfungstermin: 31.08.2007
Prüfungsdauer: 30 Minuten
Note: 1.0
Beisitzer: Löbach
Herr Löbach und Herr Frehse waren sehr freundlich und Herr Frehse vermittelte das Gefühl, mir in der Prüfung etwas Spannendes beibringen zu wollen, sodass ich auch dann, wenn ich Fehler machte, nicht verunsichert wurde. Herr Frehse saß während der ganzen Prüfung vorm Computer, das störte aber gar nicht. Herr Frehse legt nicht so viel Wert auf exakte Formulierungen, sondern eher auf die richtigen Stichworte.

2 Fragen und Antworten

1 „Beweisen Sie, dass $(-1)(-1) = 1$ gilt!“ Das konnte ich. Es gefiel den beiden, dass ich den Begriff „Körperaxiome“ benutzte.

2 „Zeigen Sie, dass die e-Folge gegen e konvergiert!“ Er nannte auch die Folge: $a_n = (1 + \frac{1}{n})^n$. Ich hätte die Folge zwar auch selbst nennen können, die Konvergenz konnte ich aber nicht zeigen. Ich sagte, dass die Existenz von e aus der Vollständigkeit von $\mathbb{R}$ folgt und nach etwas Überlegen, dass man die Bernoullische Ungleichung benutzt (stimmt gar nicht), und dass die Folge beschränkt ist. Damit war er zufrieden, obwohl der Beweis, den ich hätte kennen sollen (Forster 1, §15), ganz anders geht. Dann fragte der Beisitzer nach dem Zusammenhang zwischen dieser Folge und Geld. Herr Frehse wollte die Frage mit den Worten „Der Mann ist ein reiner Denker, sowas braucht er nicht!“ übergehen, aber ich erwähnte kurz den Zusammenhang zur kontinuierlichen Verzinsung. Nach einer kurzen unkonkreten Diskussion über die Mittelwertbildung bei Kontoständen ging es weiter.

3 „Was wissen Sie über Fourierreihen?“ Er erinnerte sich wahrscheinlich, dass ich im zweiten Semester ein Proseminar zu diesem Thema bei ihm gemacht hatte. Ich wusste nicht gleich, wie ich anfangen sollte, und begann dann damit, dass die Funktionen $\sin(mx)$ und $\cos(mx)$ ein Orthonormalsystem bilden und schrieb das Skalarprodukt $\langle f, g\rangle = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \overline{f(x)}g(x)\mathrm{d}x$ hin. Dann behauptete ich, dass die Fourierreihe einer Funktion „konvergiere“, wenn die Funktion Riemann-integrierbar ist. Er sagte, dass das falsch sei. Ich hätte also spezieller von „Konvergenz im Quadratmittel“ sprechen sollen. Dann schrieb ich noch die Parsevalsche Gleichung auf und sagte, dass bei einer Darstellung von f durch eine *gleichmäßig* konvergente Reihe $f(x) = \sum_{k=-\infty}^{k=\infty} c_k e^{ikx}$ die Koeffizienten c_k zwangsläufig die Fourier-Koeffizienten sind und setzte zum Beweis an, aber er interessierte sich für weitere hinreichende Konvergenzkriterien und begann, da ich keine mehr nennen konnte, erfolglos im Skript zum Lebesgue-Maß danach zu suchen.

4 „Was wissen Sie über Anfangswertprobleme? Sie sind doch Physiker!“Nach kurzem Überlegen fing ich ohne Vorrede mit dem Satz von Picard-Lindelöf an und erklärte ihn den beiden kurz. Dann schränkte ich mich auf lineare Differentialgleichungen ein und erklärte den Satz über die Existenz und Eindeutigkeit der Lösung (Forster 2, §13, Satz 1). Er fragte nach der Aussprache von „Wronski“ (mit gerolltem r: *Wrrrrron-ski*), der Wronski-Matrix, die ich hinschrieb, und forderte mich auf, zu zeigen, dass aus der linearen Unabhängigkeit der Lösungen folgt, dass die Wronski-Determinante nicht verschwindet (Forster 2, §13, Satz 2) Ich antwortete nur, dass es genüge, die lineare Unabhängigkeit der Lösungen in einem Punkt zu zeigen. Das überzeugte ihn schon. Ich erwähnte dann den Satz von Peano, woraufhin er nach der Beweisidee fragte. Ich riet, dass der Beweis ähnlich verlaufe wie beim Satz von Picard-Lindelöf, aber er erklärte mir, dass der übliche Beweis viel einfacher ist.

5 „Wie lautet das Lemma von Fatou und wofür benutzt man es?“ Nachdem ich das Lemma aufgeschrieben hatte, begann ich über die Vollständigkeit von L^p und den Hardyschen Räumen zu erzählen, aber er war sofort zufrieden und stellte die Abschlussfrage: „Wie beweist man, dass, wenn (f_m) eine Cauchy-Folge in L^p ist, eine fast überall punktweise konvergente Teilfolge existiert?“ Ich wusste zwar, dass der Beweis auf Seite 37 von Teil 3B des Skripts zur Infinitesimalrechnung von Herrn Frehse steht, konnte aber nichts dazu sagen. Er war an dieser Stelle etwas enttäuscht, mit der Prüfung insgesamt aber zufrieden.

3 Zusammenfassung

Herr Frehse ist wirklich sehr, sehr wohlwollend. Die Bewertung meiner Leistung ist fast nicht mehr fair zu nennen, Herr Frehse hat in der Prüfung ja einige Lücken aufgedeckt, die mir beim Lernen gar nicht bewusst waren. Allerdings fragt er auch gern zu Themen, die in der Vorlesung eher am Rande behandelt wurden (Satz von Peano, Konvergenzkriterien von Fourierreihen, e-Folge). Ich kann ihn als Prüfer, besonders für Leute mit über die Vorlesung hinausgehendem Interesse, uneingeschränkt empfehlen.