# Prüfungsprotokoll Ana I - IV, Frehse

Lars A. Wallenborn

30. August 2007

## 1 Einleitung

**Prüfer** Prof. Jens Frehse

**Thema** Analysis I - IV

**Note** 1,0

**Beisitzer** Thomas Buch

## 2 Verlauf

Was wissen sie über Potenzreihen? Hab die Formel hingeschrieben und dann erstmal gesagt, dass sich einige Funktionen in Potenzreihen entwickeln lassen, holomorphe immer. Dann kam die Frage was bzgl. diffbarkeit toll ist an den Potenzreihen, darauf meinte ich, dass es einen Konvergenzradius gibt und im Inneren des Konvergenzkreises kann man eine Potenzreihe gliedweise differenzieren. Ich bin mir nicht sicher ob dann noch weitere Fragen dazu kamen.

Was wissen sie über Diagonalverfahren? Meinen sie Cantor'sche? Ja. Damit kann man z.B. die Abzählbarkeit der rationalen Zahlen zeigen. Malen sie mal das Bildchen. Hab dann das Bildchen gemalt und zwei mögliche Wege eingezeichnet und noch ein Beispiel gegeben, wie man es nicht machen sollte. Dann kam irgendwas über Doppelfolgen, habe ich mich vorher noch nie mit beschäftigt und kannte daher auch keinen passenden Satz, Weierstraß hat wohl einen dazu gemacht. Er beschrieb mit Doppelfolgen so, dass man abzählbar viele Folgen hat und die dann in eine Matrix so als Spalten schreiben könnte. Eine unendlich große Matrix? Ja genau. Dann fragte er nach _dem_ Satz von Weierstraß. Ich war natürlich verwirrt und fragte ob jetzt aus Ana I, II oder III. Der aus Ana I: Beschränkte Folgen haben eine konvergente Teilfolge. Sowas gilt wohl auch irgendwie für Doppelfolgen und es gibt ein ähnliches Diagonalargument. Der Trick ist wohl irgendwie, dass man für jede Folge einzeln Konvergente Teilfolgen wählt und um dann zu verhindern, dass die Schnitte der Indexmengen, die die Teilfolgen definieren, nicht leer ist behät man irgendwie immer die ersten k Glieder noch drin. Ich habe nicht wirklich verstanden was er damit meinte. Dann war diesbezüglich noch irgendwas mit dem Satz von Arzela-Ascoli und dann schmiert man das irgendwie aus. Wie auch immer, das war dann rum. Letztes Diagnoalargument war über die Überabzählbarkeit der reelen Zahlen. Er meinte wohl, dass es zu filigran sei, aber ich hab' den Beweise trotzdem irgendwie hinbekommen: Betrachte [0,1], nimm an, dass es eine Liste von Zahlen gibt (in dezimalbruchdarstellung) und konstruiere eine Zahl, die auf der Liste ist.

Dann war er überrascht, dass ich das Cantor'sche Diskontinuum kannte. Ich hab's also hingemalt erzählt wie man es bilder und gesagt, dass es das Maß 0 hat, aber trotzdem überabzählbar ist. Habe von nem Kommilitonen vorher erfahren, dass man wohl zeigen kann, dass die Menge aller 0 Mengen so mächtig ist wie die Potenzmenge der reelen Zahlen, er plausibilisierte sich das irgendwie mit der Menge aller Abbildungen von $\mathbb{R}$ nach 0, 1. Dann kurzer geschichtlicher Exkurs in Cantos's Leben, er war revolutionär, wurde von seinen Zeitgenossen für seine Mengenlehre aber verachtet. Er sagte ja solche sachen wie, dass ein Quadrat genauso "groß" sei, wie ein Strich. Ist am Ende seines Lebens wohl auch wahnsinnig geworden.

Dann fragte er noch wie das ist mit nicht-meßbaren Mengen, wie man die Konstruiert. Ich fragte ob er beschränkte, nicht-meßbare Mengen meinte, er bejahte und dann wollte ich gerade sagen, dass es so ein Standard-Beispiel gibt, der Beisitzer (Buch) kam mir aber zuvor und sagte, dass es da so ein Standard-Beispiel gibt. Ich sagte noch kurz, dass man dazu wohl das Auswahlaxiom brauchte.

Kennen sie ein lustiges Integral, dass man auch ausrechnen kann? Ich dachte kurz nach und nannte dann die Gamma-Funktion: $\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1}e^{-t}dt.$. Ich dachte noch kurz über den Exponenten bei x nach und meinte dann, dass es wohl t-1 sei (wie ich es erst nicht hingeschrieben hatte), er meinte aber, dass es 1-t sein müsse, wegen des Vorzeichens bei der partiellen Integraten (wohl wenn man die Rekursionsformel beweist), allerdings, wie mir später klar wurde, kommte das ja von dem $e^{-t}$. Ich sagte also, dass $\Gamma(n) = (n-1)!$ sei und dann fragte er wie der Wert bei 0.5 sei. Ich wusste nur noch, dass es was mit $\pi$ war. Er sagte, dass es $\sqrt{\pi}$ sei.

Dann sollte ich folgende Äquivalenz zeigen:

$$f_m \overset{dem Maßnach}{\rightarrow} f \Leftrightarrow \int \frac{|f_m - f|}{1 + |f_m - f|} \rightarrow 0$$

Und er würde sich gerade einen Kaffee holen und mir danach Tipps geben. Er also Kaffee geholt, ich machte mir sowas wie Satz von Riesz und Lebesgue und sowas im Kopf parat und dann kam er wieder. Half mir dann indem er fragte was man denn bräuchte um das Integral und den Grenzwert zu vertauschen, ich erstmal glm. konv. er: "Ja das ist so das Argument, was immer hilft, um Zeit zu gewinnen" es gäbe da aber noch so ein Totschlagargument, ich also direkt auf den Satz von Lebesgue zu majorisierten Konvergenz gekommen. Dann den Integranden abgeschätzt, brauchte etwas um darauf zu kommen, dass die konstanten 1-Funktion Majorante ist. Aus der Maßkonvergenz folgt also die punktweise Konvergenz eine Teilfolge und, da die Integranden Majorisiert werden ja die rechte Seite der Äquivalenz, halt erstmal nur für eine Teilfolge.

Dann kam dieses ständig auftauchende Argument mit dem Widerspruch und, dass es dann doch für die ganze Folge gelten müsste.

# 3 Zusammenfassung

Die Stimmung war sehr gut, die Prüfung gestaltet sich mehr wie ein Gespräch über den Stoff. Ich hatte z.B. das Gefühl, dass er viel über Mengenlehre und Diagnoalverfahren gefragt hat, als er bemerkt hat, dass ich es ganz gut konnte. Man hat gute Möglichkeiten die Prüfung zu beeinflussen, weil wohl häufiger solche Fragen wie "Sagen sie mal ein lustiges Integral" oder "Wie ist ihr Lieblingssatz" fragt. Wenn man sich also sowas parat legt, kann es sehr nützlich sein.