Protokoll zur Vordiplomsprüfung in Linearer Algebra bei Prof. Schröer

Allgemeines:

- Datum: 2.10.2007
- Ort: Büro von Prof. Schröer, Beringstr. 6
- Beisitzer: Dr. Räsch
- Prüfungsstoff: LA I+II
- Dauer: 30 min.

Prüfungsverlauf:

Entgegen der Ankündigung von Herrn Schröer, dass man mit einem selbstgewählten Thema die Prüfung beginnen könnte, konfrontierte er mich direkt mit folgender Abbildung: f(a,b,c)=(a-b,c,c-b). Ich sollte die Koordinatenmatrix bzgl. der kanonischen Basis aufschreiben. Dann schrieb er eine andere Basis an und ich sollte die Koordinatenmatrix bzgl. dieser neuen Basis bestimmen. Ich sagte, dass man das mit einem Basiswechsel machen könnte und habe die Formel hingeschrieben. Herr Schröer wollte dann, dass ich die Übergangsmatrix von der neuen zur kanonischen Basis aufschreibe und invertiere.
Nachdem ich die Rechnung abgeschlossen hatte, wollte Herr Schröer wissen, ob der Endomorphismus diagonalisierbar sei. Daraufhin berechnete ich das charakteristische Polynom und stellte fest, dass dies drei verschiedene Nullstellen besitzt und die Abbildung somit diagonalisierbar ist. Dann sollte ich ein Beispiel eines nichtdiagonalisierbaren Endomorphismus angeben. Ich habe dann eine 3x3-Matrix in JNF mit einem Jordanblock der Länge 3 aufgeschrieben. Es folgten ein paar Fragen zur Definition von Eigenräumen, Haupträumen und algebraischen bzw. geometrischen Vielfachheiten. Anschließend fragte er mich, ob ich ein Beispiel für eine lineare Abbildung angeben könnte mit $\mathrm{ord}_\lambda(\chi_f)=5$ und $\mathrm{ord}_\lambda(\mu_f)=4$ angeben könnte. Ich malte eine 5x5-Matrix mit einem Jordanblock der Länge 4 und einen Jordanblock der Länge 1 an die Tafel.
Nun fragte mich Herr Schröer, ob ich den Satz von der JNF auch beweisen könnte. Daraufhin malte ich sein Lieblingsbild zur JNF mit den zu konstruierenden Unterräumen U_i an und erwähnte, dass man per Induktion zeigen würde, dass die auftretenden Summen direkt seien. Damit war er dann schon zufrieden.
Danach wollte er wissen, wie man den Schnitt von zwei Unterräumen berechnet. Ich habe das Verfahren erklärt und gesagt, dass man ein homogenes Gleichungssystem lösen müsste. Herr Schröer fragte dann, aus welchem Raum die Lösungsvektoren kommen würden und wie groß der Lösungsraum sei.
Nun fragte er mich nach der Definition von selbstadjungiert und wie die Koordinatenmatrix eines selbstadjungierten Endomorphismus aussieht. Ich antwortete, dass im reellen Fall die Koordinatenmatrix bzgl. einer ONB symmetrisch sei. Dann sollte ich einen selbstadjungierten Endomorphismus und eine Basis angeben, so dass die Koordinatenmatrix nicht symmetrisch sei. Mir ist kein einfaches Beispiel eingefallen, so dass ich erstmal eine symmetrische Matrix aufgeschrieben habe und eine Basis, die nicht orthogonal bzgl. des Standardskalarprodukts ist. Ich konnte allerdings die Koordinatenmatrix nicht so schnell angeben. Herr Schröer aber auch nicht und so verblieben wir mit einem „Das könnte so klappen". Danach sollte ich noch den Spektralsatz formulieren.
Abschließend wollte er noch von mir wissen, ob man zu zwei Vektoren v und w immer eine lineare Abbildung f mit f(v)=w finden würde. Wenn $v\neq 0$ gilt, geht das immer.