Prüfungsprotokoll LA I + II, Schröer

Lars A. Wallenborn

10. Juli 2007

1 Einleitung

Prüfer Prof. Jan Schröer

Thema Lineare Algebra I und II (kein Algebra I)

Note 1,0

2 Verlauf

Erst war ich sehr pünktlich und der Beisitzer war noch nicht da, Herr Schröer meinte ich sollte doch noch ein bischen spazieren gehen, habe ich dann gemacht. Als ich zurück war, war der Beisitzer dann auch anwesend. Ich sollte als erstes mal etwas an die Tafel schreiben, mein verlegen schlechter Scherz "Irgendwas zur Linearen Algebra, oder?" beantwortet Herr Schröer mit "Ja irgendetwas, was sie in der Vorlesung besonders spannend oder interessant fanden".

Da auf der Webseite angekündigt war, dass ein Einstiegsthema gewählt werden kann hatte ich mich auf den Dualitätssatz vorbereitet (inkl. Beweis, weil ich gerade den so toll fand). Habe den Satz also angeschrieben und wollte gerade sagen, dass ich den Beweis toll fand, dann fragte er mich erstmal was ein metrischer Vektorraum ist, also genauer was das s und das $< \cdot, \cdot >$ heißen sollen. Erklärt, ist eine Abbildung $V \times V \to K$ mit einigen Eigenschaften.

Dann habe ich noch gesagt, dass s auf V regulär sein muss. Was heißt das? Radikal trivial! Definieren sie Radikal. Gemacht. Der Satz besagt dann, dass $dim(V) = dim(U) + dim(U^{\perp})$. Was ist $U^{\perp}$? Definiert. Ausserdem folgt, wenn $s???_{V \times V}$ regulär ist, dass $V = U \perp U^{\perp}$.

Sollte dann ein Beispiel für einen Vektorraum mit regulärer Metrik geben für den die Metrik eingeschränkt auf einen Unterraum nicht regulär ist. $\mathbb{R}^2$ mit

$$s : \left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} \right) \mapsto x_1 \cdot y_1 - x_2 \cdot y_2 \text{ und } U =< \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} >$$

. Kann man diese Metrik als Matrix schreiben? Ja natürlich:

$$s \left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} \right) = (y_1, y_2) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}.$$

Themenwechsel: Gegeben seien zwei Unterräume U und W, wie berechne ich die Dimension des Schnitts? Dimensionsformel $dim(U+W) = dim(U)+dim(W)-dim(U \cap W)$. Wie berchne ich eine Basis des Schnitts, wenn Basen B und C von U und W gegeben sind? Ich war unsicher und schlug dann folgende etwas unkonventionelle Methode vor: Ich stelle zwei LGSs auf, eins mit U als Lösungsraum und eins mit W als Lösungsraum (sie müssen natürlich homogen sein), dann schreibe ich alle Gleichungen untereinander und bestimme den Lösungsraum, dieser ist dann der gesuchte Schnittraum. Erst zögerte Herr Schröer (ich dachte erst, weil mein Verfahren totaler humbug ist, aber ich glaube es war einfach nur etwas untypisch, dürfte aber funktionieren). Wie viele Variablen gibt es? Habe mich durch die vielen Buchstaben verwirren lassen, aber natürlich gibt dim(V) die Anzahl der Variablen an.
Jetzt zu Homomorphismen endlich dimensionaler Vektorräume $f : V \to W$. Kann man diese als Matrix schreiben? Ja klar, wir schauen was f mit den Basisvektoren von V macht, stelle Bild mit einer Basis von W dar, die Koeffizienten sind die Einträge einer Matrix. Ist f sogar ein Endomorphismus ist die Matrix natürlich quadratisch. Charakteristisches Polynom definiert. Hängt es von Basiswahl ab? Türlich nicht, wäre ja komisch wenn doch, kurz Beweis skiziert mit Basiswechsel und so. Was ist ein EW? Wie hängen die EWs mit dem charakteristischen Polynom zusammen? Wissen sie was die Jordan-Normalform ist? Wann existiert sie? Char. Polynom zerfällt in Linearfaktoren! Auf algebraisch abgeschlossenen Körpern existiert die JNF also immer. Wie viele Jordan Blöcke gibt es? oBdA nur ein EW dann ist die Anzahl der Blöcke gleich der Dimension des zum EW gehörenden Eigenraums. Dann hat er gefragt, wenn man zu einem Endomorphismus zwei Basen wählt, wie man entscheiden kann ob die Matrix des einen durch Basiswechsel in die Matrix des anderen überführt werden kann. Bin etwas geschwommen. Hab erstmal vermutet, dass der Rang gleich sein muss, ist aber ja gar nicht hinreichend. Dann habe ich vermutet, dass die char. Polynome von beiden Matrizen gleich sein müssen, stimmt natürlich auch nicht. Sollte Beispiel angeben wo es nicht so ist: Nullabbildung und ein nilpotenter Endomorphismus. Habe den Tipp bekommen, dass wir mal annehmen sollten, dass das char. Polynom zerfällt, bin weiter geschwommen. Antwort (aus der Nase gezogen) war dann, dass die JNFs gleich sein müssen.

3 Zusammenfassung

Obwohl ich ziemlich viel rumgedruckst habe und nicht immer schnell richtige Sachen antworten konnte, war die Note sehr gut und die Atmosphäre die ganze Zeit sehr entspannt und locker. Ich denke es ist wichtig, dass man sich einige Standart-Sachen vorher schonmal überlegt hat und auch konkrete Beispiele parat hat. Beweise sind definitiv zweitrangig, ich habe die ganze Prüfung über versucht auf den Beweis des Blockmultiplikationssatzes von Determinanten zu kommen, weil ich den so lustig finde, hab's aber nicht geschafft ;). Also dann viel Erfolg!