1 Einleitung

Datum: 7.8.07, 13:30 Uhr
Prüfer: Prof. J. Schröer
Beisitzer: keine Ahnung. Hat sich weder vorgestellt noch im Laufe der Prüfung etwas gefragt. Soweit ich weiß kurzfristig eingesprungen.
Thema: LA I+II, keine Algebra
Prüfungsdauer: ungefähr ne halbe Stunde
Note: 1,0

2 Verlauf

Die Prüfung begann relativ pünktlich. Übrigens gibt es bei Schröer statt Bleistift und Papier eine Tafelwand und Eddings, was damit zusammenhängen könnte, dass er lieber an seinem Schreibtisch saß als neben seinem Beisitzer am runden Tisch.
Gleich zu Beginn überraschte er mich damit, dass er die Prüfung im Gegensatz zu zu denen im Juli und seinen Ankündigungen ohne Einstiegsthema durchführte und sofort losfragte.

- Seine erste Frage war, wie zu einem Endo $f : V \to V$ das charakteristische Polynom definiert ist. Ich schrieb $\chi_f = det(XE - c_B^B(f))$ hin und sagte, dass das wohldefiniert sei,
- worauf er wissen wollte, warum. Ich antwortete, dass $det(XE - c_B^B(f)) = det(XE - c_{B'}^{B'}(f))$ zu zeigen wäre, und fing mit der Basiswechselformel an. Er fragte, wie die beiden äußeren Matrizen in Beziehung zueinander stehen (Inverse) und wie das daraus folgt (Detmultiplikationssatz, hier wollte er explizit nur dieses eine Stichwort hören)
- Anschließend kamen Determinaten zur Sprache, er fragte nach der Definition einer Detfunktion und nach einer Beweisidee zur Existenz. Habe zu letzterem die Rekursionsformel hingeschrieben und erwähnt, dass man das induktiv beweist. Genaueres wollte er nicht wissen,...
- sondern, wie $c_B^B(f)$ definiert ist. Ich wusste nicht recht, wie er's haben wollte, und hab zuerst $c_B^B(f)c_B(v) = c_B(f(v))$ hingeschrieben, was ihm „zu kompliziert“ war. Mit der Erklärung, dass die i-te Spalte das Bild von b_i in Koeffizientendarfstellung bzgl. B sei, war er dann zufrieden.
- Als Nächstes wollte er den Cayley-Hamilton sehen und den Beweis dazu. Den hatte ich vorbereitet, war in der näheren Auswahl als Einstiegsthema, also kein größeres Problem. Er hat meine Beweisführung dann mittendrin abgewürgt.
- Dann hat er die Matrix $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ hingeschrieben und wollte sie auf Diagonalisierbarkeit überprüft haben. Ich also $\chi = X^2 + 1$ gerechnet und gesagt,

über $\mathbb{R}$ nein (χ zerfällt nicht), über $\mathbb{C}$ ja. Er wollte es noch über $\mathbb{F}_2$ wissen ($X^2 + 1 = (X + 1)^2$, $\mu \neq X + 1$, also nein).

- Daraufhin wollte er „etwas Einfacheres“ machen und gab mir zwei Unterräume U,W von V (endl.-dim.), ich sollte $\dim(U \cup W)$ berechnen. Mir fiel zunächst nichts Besseres ein als die Dimensionsformel für Unterräume, die aber die Kenntnis von $\dim(U + W)$ erfordert.
  Daraufhin versuchte ich es mit einer Basis von U und wollte schaun, welche der Vektoren in W liegen, was natürlich nicht funktioniert. Schröer forderte mich dann auf, mal nen Vektor aus U und einen aus W hinzuschreiben, wenn er mir Basen dazu gibt. Das hat mich auf den Trichter gebracht, die beiden gleichzusetzen und das sich ergebende LGS zu lösen.
  Er hat mich dann noch zu Eigenschaften des LGS (homogen, $dim(V)$ Gleichungen, $dim(U) + dim(W)$ Unbekannte) ausgefragt.

- Seine nächste (für meinen Geschmack seltsame, aber er hat sie an dem Tag allen gestellt) Frage war, ob ich ein LGS mit genau 10 Lösungen hinschreiben könne. Mein erster Impuls war, eines mit zehndimensionalem Lösungsraum hinzuschreiben, dann haben Schröers Worte mein Gehirn erreicht und ich hab etwas von endlichen Körpern gelabert und davon, dass der Lösungsraum ein Unterraum eines VRs sein müsse und dass z.B. $\mathbb{F}_2^5$ keine 10, sondern 32 Elemente habe. Das hat ihm dann wohl als Antwort genügt (es geht halt nicht, weil 10 keine Primzahlpotenz ist).

- Dann hat er nach einer Matrix A mit $\chi(A) \neq \mu(A)$ gefragt (z.B. E oder die Nullmatrix).

- Dann wollte er den Spektralsatz wissen. O-Ton: „Dann gibt's ne Orthonormalbasis aus Eigenräumen... Eigenwerten... verdammt nochmal, Eigenvektoren!“ Aber gut.
  Außerdem sollte ich nen nicht selbstadjungierten Endo hinschreiben (irgendeine nichtsymmetrische Matrix tut es).

- Eigentlich wollte er mich jetzt schon rauswerfen, aber hat dann doch noch nach Drehungen im $\mathbb{R}^3$ gefragt. Hab gesagt, dass das genau die $SO(3, \mathbb{R})$-Matrizen sind und etwas zur Definition dieser Gruppe erzählt. Bei seiner Frage nach einer schönen Form für so ne Matrix war ich geistig noch bei Orthogonalmatrizen (Spalten bilden ONB bzgl. Standardskalarprodukt), aber er wollte es für Drehmatrizen wissen, also:
  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$, erster Basisvektor Drehachse, mit Gram-Schmidt zu ONB ergänzt.

- Dann sind wir zu Orthogonalmatrizen zurück, er wollte den Unterschied zwischen $O(n, \mathbb{R})$ und $SO(n, \mathbb{R})$ wissen. Hab dann so ein wenig rumgelabert und Definitionen gegeben ($A \in O(n, \mathbb{R}) \Leftrightarrow {}^tAA = E, SO(n, \mathbb{R}) : \ \det(A) = 1$), er wollte noch was zur geometrischen Interpretation haben, habs ihm für $\mathbb{R}^2$ gesagt (Drehungen vs. Spiegelungen).

- Zum Schluß gab's noch Gram-Schmidt, wobei ich wieder einmal das verdammte Normieren vergessen habe :-)

Anschließend haben sich die beiden recht kurz beraten und Schröer hat mir, ohne wirklich was dazu zu sagen, die 1,0 gegeben.

3 Gesamteindruck

Es wurde vor allem Wissen abgefragt, wobei nichts dabei war, was man nicht hätte wissen können. Einige Beispiele wollte Schröer konstruiert haben - teilweise sehr seltsames, aber nicht wirklich schweres, Zeug (nicht selbstadjungierter Endo, LGS mit 10 Lösungen). Beweise schienen ihm egal zu sein, die einzige Beweisaufgabe wurde mittendrin abgebrochen.
Die Fragen waren nicht wirklich fies und er hat auch nicht versucht, mich reinzureiten, als ich die Sache mit der Dimensionsbestimmung von $U \cup W$ versemmelt hab.
Prüfungsatmosphäre war ok, ein wenig unterkühlt (komplett unbekannter Beisitzer und so), aber entspannt.
In diesem Sinne: Viel Spaß :-)