Faustfick mit Nietenarmband
(a.k.a. Prama-Vordiplom)

Arne Dirks

16.08.2007

Prüfer:	Prof. Dr. R. Krause
Beisitzer:	K. Fackeldey
Dauer:	qualvolle 45 min. zzgl. Notenvergabe

- Als Einstiegsthema hatte ich *Gauß-Kartoffel-Quadratur* gewählt. Als erstes wurde ich nach der Idee des Verfahrens gefragt, d.h. geschickte Wahl der Stützstellen als Nullstellen der Orthogonalpolynome

  $$p_k(x) := x^k - \sum_0^{k-1} \frac{\langle x^k, p_j \rangle}{\langle p_j, p_j \rangle} \cdot p_j$$

  Danach warf ich dem Prüfer einen Haufen Definitionen (Gewichtsfunktion, gew. Skalarprodukt etc.) vor die Füße, die er aber eigentlich gar nicht hören wollte. Dann sollte ich zeigen, daß die Quadratur exakt bis zum Grad $2n+1$ ist (ich hatte durch eine andere Indizierung der Stützstellen $2n-1$, was ihm offensichtlich gar nicht gepasst hat). Man sollte wissen, daß eine Gewichtsfunktion Nullstellen haben darf, allerdings muß das Integral immer positiv bleiben. Danach sollte ich die Gauß-Lobatto-Formel, die wir in der Vorlesung nicht bewiesen hatten, hinschreiben und die Beispiele für Spezialfälle aus der Vorlesung auswendig aufsagen.

- Nächstes Thema war die *Romberg-Quadratur*. Zunächst die Idee, warum das Verfahren funktioniert (das Wort "asymptotische Entwicklung" ist sehr wichtig) und wie man diese Entwicklung

  $$T(h) = \int_a^b f - \sum_1^{n+1} \tau_{2k} \cdot h^{2k} + r_{2n+4}(h)$$

mit

$$
\begin{aligned}
\tau_{2k} &= \frac{B_{2k}}{(2k)!} \cdot \left(f^{(2k-1)}(b) - f^{(2k-1)}(a)\right) \\
r_{2n+4}(h) &= \frac{f^{(2n+4)}(\xi)}{(2n+4)!} \cdot h^{2n+4} \cdot (b-a) \cdot B_{2n+4}
\end{aligned}
$$

der Trapezregel *beweist*, und dazu reicht nicht die Erwähnung der Euler-McLaurin-Formel, sondern auch, was man dann damit anstellt; i.e. man wendet die Euler-McLaurin-Formel auf $g(t) := f(a+th)$ an und fuddelt sich da irgendwie durch.

Die abschließende Frage für die Romberg-Quadratur war die Wahl derjenigen Stützstellen, d.h. Intervalllängen, um die Simpsonregel zu erhalten, was anscheinend irgendwann in der Vorlesung dran gewesen war.

- Wir kamen noch ganz kurz auf die "Saturationsannahme"

$$
\left| I\left(f \Big|_{v_k^{(j)}} \right) - S_{v_k^{(j)}} \right| \leq q \cdot \left| e^*_{v_k^{(j)}}(f) \right|
$$

  und die Folgerungen daraus, die zur *adaptiven Quadratur* gehören.

- Ein Rettungsversuch von Herrn Fackeldey, mich doch noch über Polynominterpolation zu prüfen, wurde mit einem lapidaren "Auf Polynominterpolation habe ich keine Lust" abgeschmettert, so blieb als Folgethema nur noch die wunderschönen

- *Finiten Elemente*. Dazu:
  - "Was ist das?"
  - Was will man lösen (starke/schwache Formulierung des in der Vorlesung betrachteten Poisson-Problems)
  - Wie geht das?
  - Auf welchen Räumen leben die Funktionen? (Sobolev-Räume!)
  - Was ist eine schwache Ableitung? (das $(-1)^{|\alpha|}$ sollte man auf keinen Fall vergessen!)
  - Wie stellt man die Steifigkeitsmatrix auf?
  - Galerkin-Verfahren - was ist das? Wie funktioniert das?
  - Einzig das Lemma von Cea, das in sehr vielen anderen Prüfungen abgefragt worden war (incl. Beweis!), war außen vor.

Hier wäre ich gut damit beraten gewesen, das entsprechende Kapitel aus dem Skript einfach nur auswendig gelernt zu haben, denn davon hätte man alles wissen und sofort hinschreiben können müssen. Naja, bis auf das Lemma von Cea halt.

- Und als letztes noch ein wenig über *Splines*, also Idee und Definition der Splineräume.

Wenn man daran denkt, an welchen Stellen der Vorlesung Prof. Krause seine Schwerpunkte und Hinweise gelegt hat, war die Prüfung relativ fair, aber im Vergleich zu Prüfungen von Kommilitonen sehr viel spezialisierter, besonders, nachdem wir bei den finiten Elementen angekommen waren. Mit einer alle Themen aus Prama I und II einigermaßen abdeckenden Vorbereitung, wie ich sie hatte, war die Prüfung im Prinzip kaum zu bestehen, wenn die feinsten Details nicht saßen.